

Viritysjärjestelmien matematiikkaa...

by Otto Romanowski

* on kertomerkki (esim. $3 * 3 = 9$)

^ on potenssiin korotus (esim. $3^3 = 27$)

Kuuloaisti toimii logaritmisesti, joten intervalli on suhdeluku

Luonnollinen viritys:

- Luonnollisessa viritysjärjestelmässä saadaan intervallin suhdeluku ylä-äänesarjasta.

Esim: suuri terssi ylös sävelestä a1 (440 Hz) -> $440 * 10/8 = 550$ Hz

Esim: suuri terssi alas sävelestä a1 (440 Hz) -> $440 * 8/10 = 352$ Hz

Pythagoraan viritys: viritetään kvinteittäin eli pohjautuu suhdelukuun $3/2$

Tasavälinen viritys:

- Tasavälisessä (-vireisessä) viritysjärjestelmässä puoliaskelen koko on $\sqrt[12]{2} = 1,059463\dots$

Halutun sävelen taajuus seuraa kaavasta (0 = priimi):

$$\text{lähtötaajuus} * 2^{(\text{intervalli}/12)}$$

Esim: pieni terssi ylös sävelestä a1 (440Hz) -> $440 * 2^{(3/12)} = 523,25$ Hz

Esim: suuri terssi alas sävelestä a1 (440Hz) -> $440 * 2^{(-4/12)} = 349,23$ Hz

Yleinen tasavälisen viritysjärjestelmän kaava on:

$$\text{lähtötaajuus} * \text{oktaavikerroin}^{(\text{intervalli}/\text{oktaavijako})}$$

Esim: 8-säveljärjestelmässä, jos oktaavikerroin on 2, kolmas sävel ylöspäin lähtötaajudesta 440Hz on: $440 * 2^{(2/8)} = 523,25$ Hz

Luonnollisen ja kiinteän virityksen ongelmia:

Pythagoraan komma:

Kun muodostamme c:stä 12 kvinttiä ylös, $(3/2)^{12} = 129,7463\dots$, saamme sävelen jonka pitäisi olla enharmoninen seitsemän oktaavin, $2^7 = 128,00$, kanssa (-> his = c).
Ero on Pythagoraan komma: 1,013643... eli 24 cent.

Syntoninen komma:

Pythagoraan suuri terssi (c-e): haetaan neljä kvinttiä ylös (c-g-d-a-e) ja tuodaan se kaksi oktaavia alas -> $(3/2)^4 : 4 = 1,265625$
Luonnollisen virityksen suuri terssi on $5:4 = 1,25$.
Ero on syntoninen komma 1,0125 eli 22 cent

Tasavireisen askeleen mitta – cent

- Cent = tasavireinen puoliaskel / 100 eli oktaavi / 1200 -> $\sqrt[1200]{2} = 1,00057779\dots$

Luonnollisen intervallin suhdeluku (r) muutetaan centeiksi (c):

$$c = \ln(r) * (1200 / \ln(2)) \rightarrow c = \ln(r) * 1731,234$$

Esim: Luonnollisen puhtaan kvintin $r=3/2$, joten centeissä se on:

$$\ln(3/2) * (1200 / \ln(2)) = 701,955$$

Cent-arvo voidaan palauttaa desimaaliluvuksi:

$$e^{(c * \ln(2) / 1200)} \rightarrow e^{(c * 0,000577623)}$$

Esim: luonnollisen kvintin (701,955c) desimaaliarvo on:

$$e^{(701,955 * \ln(2) / 1200)} = 1,5 \text{ eli } 3/2$$

Muutamia intervallien suhteita:

puoliaskel luonnollinen: $16/15 = 1,0667$

puoliaskel tasavälinen: $\sqrt[12]{2} = 1,059463\dots$ (pienempi kuin luonnollisessa)

suuri terssi luonnollinen: $10/8 = 1,25$

suuri terssi tasavälinen: $2^{(4/12)} = 1,26$ (laajempi)

kvintti luonnollinen: $3/2 = 1,5$ (ylä-äännessarjasta)

kvintti tasavälinen: $2^{(7/12)} = 1,498307$ (pienempi ja huojuva)

luonnollisessa viritysjärjestelmässä on kaksi eri tritonusta:

vä5 = $45/32 = 1,40625$ sekä y4 = $64/45 = 1,422222$

tasavälisessä on vain yksi: $2^{(6/12)} = 1,414214$